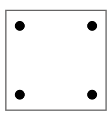
Módulo 9 Sequência e lógica; Progressão aritmética I – Classificação e fórmula do termo geral

Atividades para sala

01 **C**

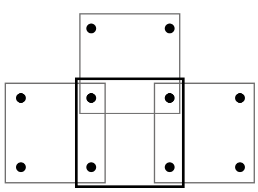
Observe a lógica a seguir:

Figura 1



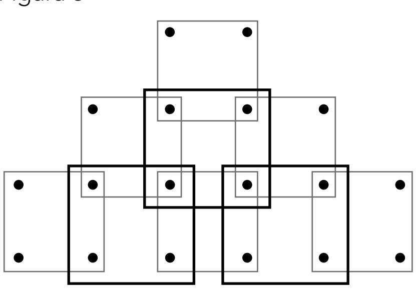
$1 = 1^2$ quadrado

Figura 2



$4 = 2^2$ quadrados

Figura 3



$9 = 3^2$ quadrados

⋮ ⋮

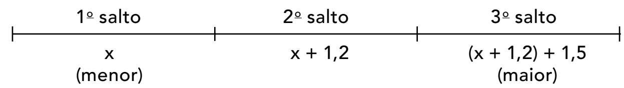
Figura 16 $256 = 16^2$ quadrados

02 **D**

$S_1 = (1) \cdot 2 - 1$
$S_2 = (1 + 2) \cdot 2 - 2$
$S_3 = (1 + 2 + 3) \cdot 2 - 3$
$S_4 = (1 + 2 + 3 + 4) \cdot 2 - 4$
⋮
$S_9 = (1 + 2 + ... + 9) \cdot 2 - 9$
Logo:
$S_9 = 45 \cdot 2 - 9 = 81$

03 **A**

Se do segundo salto para o primeiro o alcance diminui em 1,2 m, o segundo é maior que o primeiro. Sendo **x** metros o alcance do primeiro salto, tem-se:



$x + (x + 1,2) + [(x + 1,2) + 1,5] = 17,4 \Rightarrow 3x + 3,9 = 17,4$

$x = \dfrac{13,5}{3} \Rightarrow x = 4,5$ metros

04 **C**

Observe a P.A. descrita no enunciado:

$(\underset{a_1}{500}, ..., ..., ..., \underset{a_{10}}{??}, ..., \underset{a_{12}}{2150})$

Cálculo da razão:

$a_{12} = a_1 + (12 - 1) \cdot r \Rightarrow$

$2\,150 = 500 + 11r \Rightarrow 1\,650 = 11r \Rightarrow$

$r = 150$

Cálculo do 10º termo:

$a_{10} = a_1 + (10 - 1) \cdot r \Rightarrow$

$a_{10} = 500 + 9 \cdot 150 \Rightarrow a_{10} = 1\,850$

05 **D**

A figura do enunciado expõe a seguinte situação:
$a_1 = 1$ furo
$a_2 = 4$ furos
$a_3 = 7$ furos
$a_4 = 10$ furos
⋮ ⋮
Logo, ocorre a P.A. (1, 4, 7, 10, ...), e r = 3.
$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r \Rightarrow a_n = 1 + (n - 1) \cdot 3$
$a_n = 1 + 3n - 3 \Rightarrow a_n = 3n - 2$

06 **D**

Observe os números escritos por Ana e Bia:

- Ana: 0, 7, 14, 21, 28...
- Bia: 3, 10, 17, 24...

Observa-se que são duas progressões aritméticas nas quais a diferença entre termos consecutivos é igual a 7. Como Ana escreveu o primeiro número, Bia escreverá o centésimo número, o qual é o 50º termo da progressão aritmética que tem $b_1 = 3$ e $r = 7$.

Assim, $b_{50} = b_1 + 49r = 3 + 49 \cdot 7 = 346$.

Atividades propostas

01 **D**

Como $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ e $a_{n+1} = a_n + a_{n-1} \Rightarrow a_3 = 1 + 1 = 2$;

$a_4 = 2 + 1 = 3$; $a_5 = 3 + 2 = 5$.

Ao final do 5º mês, o número de casais adultos será 5.

02 **B**

Quantidade de cartas necessárias para formar a coluna:

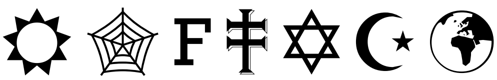
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$

Sobram para o monte:

$52 - 28 = 24$

03 **A**

Numeram-se os símbolos como mostrado a seguir, de acordo com os possíveis restos da divisão por 7.



1 2 3 4 5 6 7

Depois, basta dividir 2013 por 7 e verificar o resto. Após fazer a divisão, obtém-se resto 4, que corresponde ao símbolo da alternativa A.

04 **A**

De acordo com a sequência apresentada, a figura oculta deve apresentar um nariz para a esquerda, os olhos devem ser traços horizontais, e o rosto deve ter forma de círculo.

05 **D**

Pelo padrão apresentado, a Lei de Formação é:

$a_n = (n + 1) \cdot (n + 2)$, para $n \geq 1$

Assim, para $a_n = 272$, tem-se:

$272 = (n + 1) \cdot (n + 2) \Rightarrow n^2 + 3n - 270 = 0 \Rightarrow n = 15$

Portanto, a meta foi atingida no 15º termo dessa sequência, ou seja, em 2003.

06 **C**

Passando pelo (N – 1)-ésimo degrau, a pessoa pode chegar ao N-ésimo degrau de P_{N-1} maneiras. Sem passar pelo (N – 1)-ésimo degrau, a pessoa pode chegar ao N-ésimo degrau de P_{N-2} maneiras.

Logo, tem-se a recorrência de Fibonacci: $P_N = P_{N-1} + P_{N-2}$

Como $P_1 = 1$ e $P_2 = 2$, obtém-se a sequência:

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987

Se $P_N = 987$, segue que $N = 15$.

07 **A**

Tem-se $a_1 = 1$ e $a_{12} = 2{,}65$. Então:

$a_{12} = a_1 + 11r$

$2{,}65 = 1 + 11r$

$r = 0{,}15$

Logo:

$a_{30} = a_1 + 29r$

$a_{30} = 1 + 29 \cdot 0{,}15$

$a_{30} = 5{,}35$

Assim, no trigésimo dia, a altura da planta era de 5,35 cm.

08 **B**

I. Anos do século XXI:
2001, 2002, 2003, ..., 2100. São, obviamente, 100 anos.

II. Desses anos, são múltiplos de 4: 2004, 2008, ..., 2100 (P. A. de razão 4).

Observe que:

$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot 4 \Rightarrow 2100 = 2004 + (n - 1) \cdot 4 \Rightarrow n = 25$

São, portanto, 25 anos múltiplos de 4, em que apenas um é múltiplo de 100 (o 2100 que termina em 00). Então, já são 24 anos bissextos. São múltiplos de 400: ..., 2000, 2400, 2800... Assim, nenhum ano do século XXI é divisível por 400. Ao todo, são apenas 24 anos bissextos no século XXI.

09 **C**

$\left(\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \ldots, 10\right)$

$a_n = a_1 + (n-1)r \Rightarrow 10 = \frac{1}{8} + (n-1)\frac{1}{8} \Rightarrow 80 = 1 + n - 1$

$n = 80$ números (79 intervalos)

Portanto, tem-se $79 \cdot 3 = 237$ segundos.

10 **D**

Observe que os valores formam uma P.A. em que o primeiro termo é referente a janeiro, e a razão é 1 500.

Assim, $a_1 = 33\,000$.

Como julho corresponde ao 7º mês dessa sequência, tem-se:

$a_7 = a_1 + 6r$

$a_7 = 33\,000 + 6 \cdot 1\,500$

$a_7 = 42\,000$

11 **A**

A produção de X foi acrescida, mês a mês, de: $6\,000 \cdot 0{,}05 = 300$ unidades, enquanto a produção de Y foi acrescida de $2\,400 \cdot 0{,}20 = 480$ unidades.

As unidades produzidas mês a mês formam uma P.A.:

$X_n = 6\,000 + (n - 1) \cdot 300$

$Y_n = 2\,400 + (n - 1) \cdot 480$

A produção de Y supera a de X quando $Y_n > X_n$:

$2\,400 + (n - 1) \cdot 480 > 6\,000 + (n - 1) \cdot 300 \Rightarrow$

$480n + 1\,920 > 300n + 5\,700 \Rightarrow 180n > 3\,780 \Rightarrow$

$n > 21$

Como $n = 1$ representa o mês de dezembro de 2007, a produção de Y supera a de X em 22 meses, isto é, em setembro de 2009.

12 **B**

Observe o quadro a seguir.

Figura	Nº de ladrilhos escuros	Nº de ladrilhos claros	Diferença
1	8	1	$7 = a_1$
2	10	2	$8 = a_2$
3	12	3	$9 = a_3$
⋮	⋮	⋮	⋮
n	n + 50	n	$50 = a_n$

Percebe-se que as diferenças constituem uma P.A. de razão r = 1. Logo:

$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$

$50 = 7 + (n - 1) \cdot 1 \Rightarrow 43 = n - 1 \Rightarrow n = 44$

Assim, a figura 44 possuirá as condições estabelecidas no enunciado, tendo n + 50 + n = 44 + 50 + 44 = 138 ladrilhos.