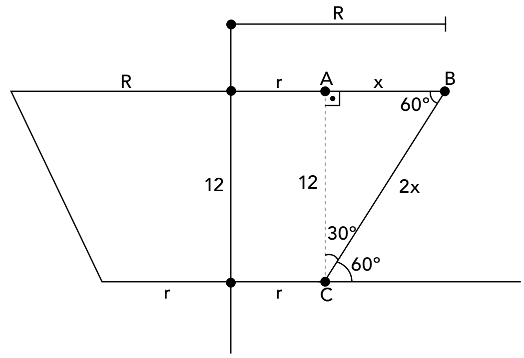
Módulo 2 Geometria Plana II

Atividades para sala

01 B

Da ilustração, tem-se:



I. Como o ΔCAB corresponde à metade de um triângulo equilátero, então: $AB = x \Rightarrow BC = 2x$.

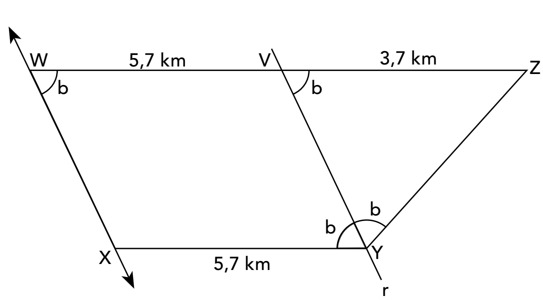
II. Teorema de Pitágoras $\Rightarrow (2x)^2 = x^2 + 12^2 \Rightarrow x = 4\sqrt{3}$.

III. Note que: $R = r + x \Rightarrow R = 6\sqrt{3}$ m.

IV. Área (tampa) $= \pi R^2 = 108\pi$ m^2.

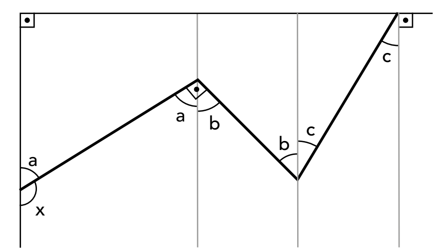
02 E

Traçando pelo ponto Y a reta **r** paralela à reta $\overleftrightarrow{XW}$, a seguinte figura é obtida, cotada em km:



Como o triângulo ZVY é isósceles com base $\overline{VY}$, tem-se que VZ = YZ = 3,7 km.

03 D



Devido ao paralelismo, obtém-se:

$a + b + c = 180° - x + \theta = 90° + x - 90°$

Então:

$\theta = 2x - 180°$

Como $\boldsymbol{\theta}$ é agudo: $0° < 2x - 180° < 90° \Rightarrow$

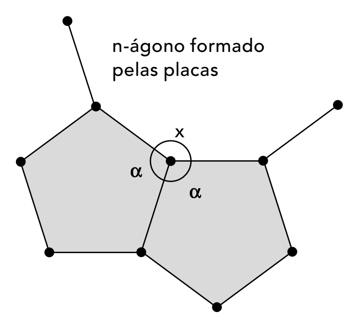
$180° < 2x < 270°$

Logo, $90° < x < 135° \Rightarrow$

$x = 133°$ (maior e ímpar)

04 C

De acordo com o enunciado, tem-se:



I. $\underbrace{a_e = \frac{360°}{5}}_{\text{Pentágono}} = 72° \Rightarrow \alpha = 180° - 72° = 108° \Rightarrow x = 144°$

II. $\frac{(n-2)\cdot 180°}{n} = 144°$ ou $\frac{360°}{n} = 36°$

Logo:

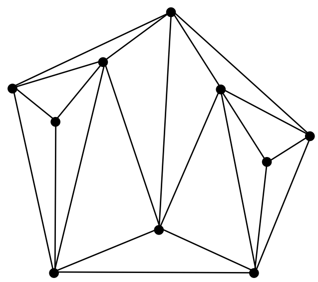
n = 10 (placas)

05 E

Como todo polígono elegante é convexo e pode ser decomposto em triângulos equiláteros e quadrados de mesmo lado, segue que os possíveis valores para seus ângulos internos são: 60°, 90°, 120° (60° + 60°) e 150° (90° + 60°).

06 C

De acordo com o enunciado, tem-se:

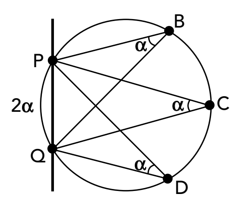


$S_i = 540°$ (Soma dos ângulos internos do pentágono)

$T \cdot 180° - n \cdot 360° = 540°$
T: número de triângulos
n: número de bolhas
Logo:
$T = 2n + 3$

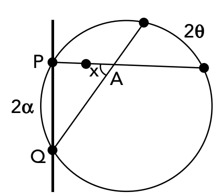
07 **A**

I. Analisando os pontos B, C e D:



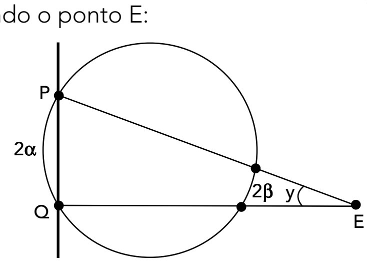
$\hat{B}$, $\hat{C}$ e $\hat{D}$ são ângulos inscritos associados ao mesmo arco; então, são todos congruentes.

II. Analisando o ponto A:



$\hat{A}$ é um ângulo excêntrico interior $\Rightarrow x = \dfrac{2\alpha + 2\theta}{2} = \alpha + \theta.$

III. Analisando o ponto E:

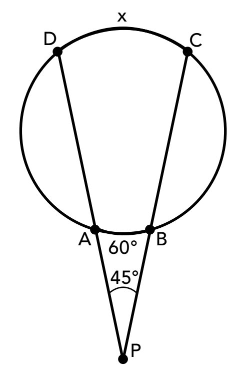


$\hat{E}$ é um ângulo excêntrico exterior, então:

$$y = \frac{2\alpha - 2\beta}{2} \Rightarrow y = \alpha - \beta.$$

Logo, em A, tem-se o maior ângulo de visão.

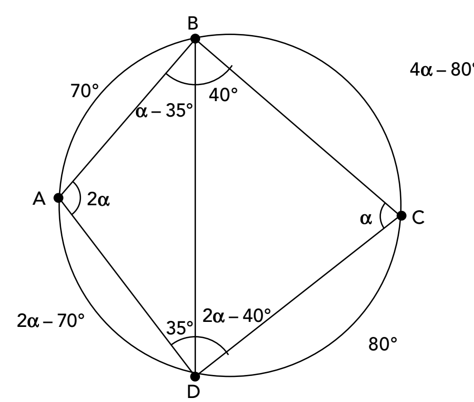
08 **E**



Excêntrico exterior: $45° = \dfrac{x - 60°}{2} \Rightarrow x = 150°.$

09 **D**

Com base no Teorema do Ângulo Inscrito, obtém-se:



ΔABD: $2\alpha + 35° + \alpha - 35° = 180° \Rightarrow \alpha = 60°$
Logo:
$m(A\hat{B}D) = \alpha - 35° = 25°$
$m(B\hat{D}C) = 2\alpha - 40° = 80°$

Atividades propostas

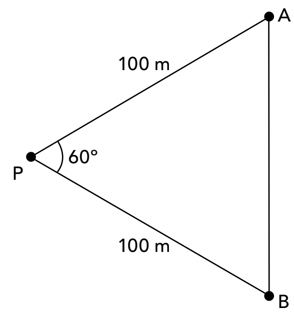
01 **D**

Constata-se que:

I. $\dfrac{6\text{ km}}{1\text{ h}}$ corresponde a $\dfrac{100\text{ m}}{1\text{ min}}$.

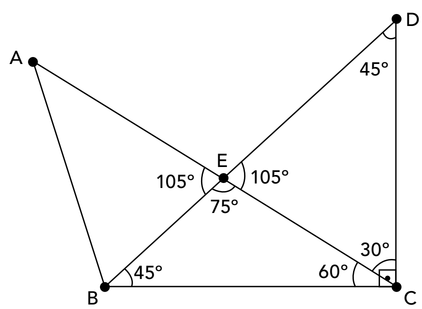
II. Como partiram no mesmo instante e com a mesma velocidade, a distância percorrida pelos dois é a mesma.

Então:



Logo, a distância AB é de 100 m, pois o triângulo APB é equilátero.

02 **E**



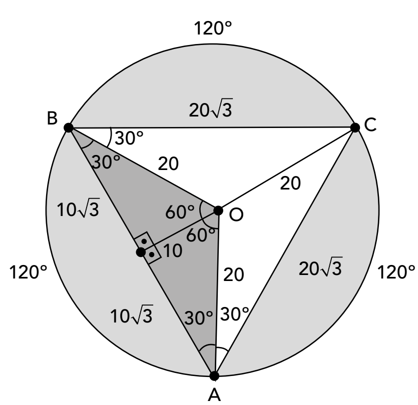
ΔBCD é retângulo e isósceles

$C\hat{B}D = C\hat{D}B = 45°$

Logo:

$E\hat{C}D = 30°$.

03 **E**

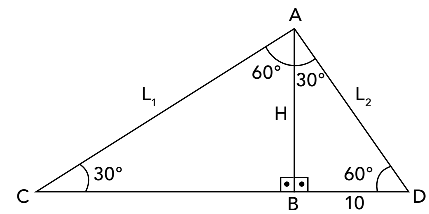


$$[COB] = [COA] = [AOB] = \frac{20\sqrt{3} \cdot 10}{2} = 100\sqrt{3}\ m^2 \text{ (área)}$$

Área (espaço sombreado) $= \pi \cdot 20^2 - 200\sqrt{3} = 910\ m^2$

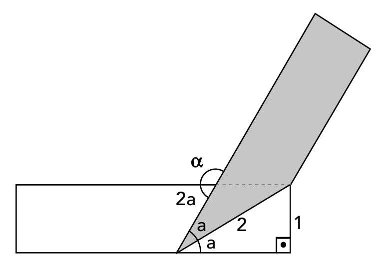
Sendo uma cadeira para cada m^2, conclui-se que foram vendidos 910 ingressos.

04 **C**



I. Como o triângulo ABD corresponde à metade de um triângulo equilátero, então:
   $L_2 = 2 \cdot 10 = 20$ m.
II. Aplicando Pitágoras no triângulo ABD, tem-se:
   $H^2 + 10^2 = 20^2$
   $H = 10\sqrt{3}$ m
III. Como o triângulo ABC corresponde também à metade de um triângulo equilátero, então $2 \cdot 10\sqrt{3} = 20\sqrt{3}$ m.
   Logo, $L_1 + L_2 = 20\sqrt{3} + 20 \cong 54{,}6$ m.

05 **C**



Observe que:

$$\text{Cateto} = \frac{\text{hipotenusa}}{2} \Rightarrow a = 30°$$

Logo: $2a + \alpha = 180° \Rightarrow \alpha = 120°$

06 **B**

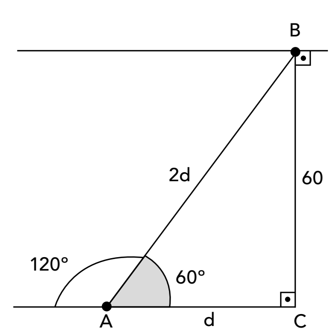
Note que:

O ΔACB corresponde à metade de um triângulo equilátero, então, $AB = 2 \cdot AC$.

Aplicando o Teorema de Pitágoras:

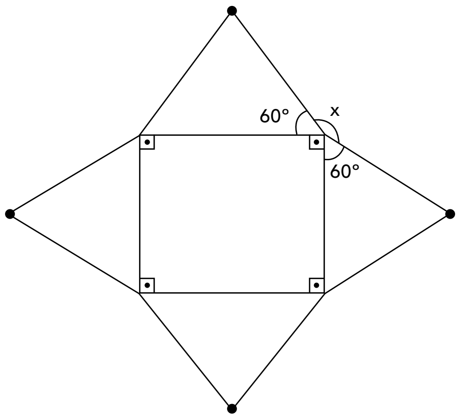
$4d^2 = d^2 + 60^2 \Rightarrow 3d^2 = 3600 \Rightarrow d^2 = 1200 \Rightarrow d = 20\sqrt{3}$ m

Logo, $AB = 40\sqrt{3}$ m.



07 **E**

Com base na ilustração dada, tem-se:



Como x, 60°, 60° e 90° cobrem o plano, tem-se:

$x + 60° + 60° + 90° = 360°$
$x = 150°$

08 **C**

Do enunciado, tem-se:

$$\begin{cases} i = 2e \\ i + e = 180° \end{cases}$$

Resolvendo:

$2e + e = 180°$

$e = 60° \Rightarrow \dfrac{360°}{n} = 60°$

Logo, n = 6 (hexágono).

09 **D**

$\underbrace{a_1 + a_2 + ... + a_{n-1}}_{2004°} + a_n = (n - 2) \cdot 180°$

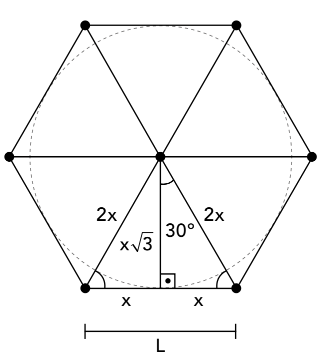
$a_n = 180n - 2364$

Como o polígono é convexo, deve-se ter:
$0 < 180n - 2364 < 180$

Logo:
$n = 14$

10 **E**

Como todo hexágono regular pode ser decomposto em seis triângulos equiláteros a partir do centro, tem-se a figura a seguir.



Raio da circunferência = 15 cm.

Veja:

$x\sqrt{3} = 15 \Rightarrow x = 5\sqrt{3}$

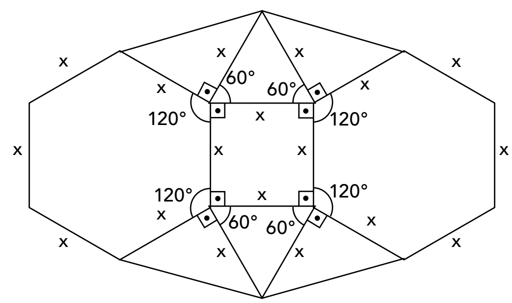
Então:

Lado do hexágono = $2x = L = 10\sqrt{3}$.

Portanto:

Perímetro (hexágono) = $6L = 60\sqrt{3} \cong 102$ cm.

11 **A**



Área (decágono) = $12 \cdot \dfrac{x^2\sqrt{3}}{4} + 2 \cdot \dfrac{x^2\sqrt{3}}{4} + 4 \cdot \dfrac{x \cdot x}{2} + x^2$

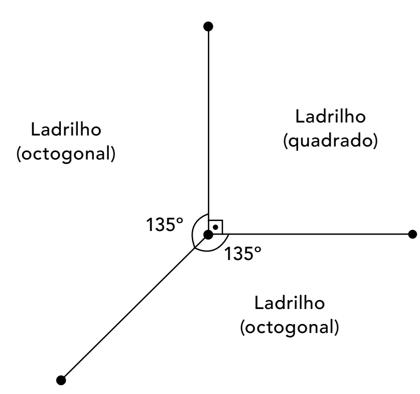
Área (decágono) = $14 \cdot \dfrac{x^2\sqrt{3}}{4} + 3x^2$

Área (decágono) = $14T + 3Q$

12 **B**

Evidentemente, para os ladrilhos de dois tipos diferentes cobrirem o plano, a soma de seus ângulos internos tem que ser igual a 360°.

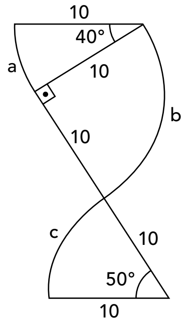
Então:



Veja que 135° + 135° + 90° = 360° (plano).

13 **A**

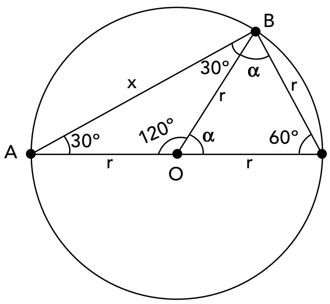
Do enunciado, tem-se:



Comprimento (arame) = $\underbrace{a+b+c}_{\text{Setor de } 180°} + 50 = \left(\dfrac{1}{2}\right) \cdot 2\pi \cdot 10 + 50.$

Comprimento (arame) = $10 \cdot (\pi + 5)$ cm.

14 **E**



Notável: α = 60°

ΔABC é retângulo em $\hat{B}$:

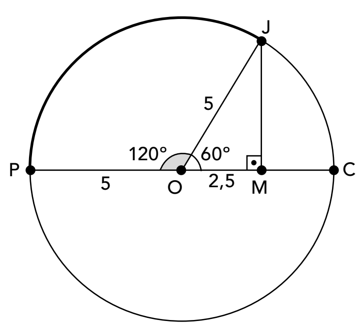
$(2r)^2 = x^2 + r^2$

$x^2 = 3r^2$

$x = r\sqrt{3}$

$x = 2\sqrt{3}$ m

15 **A**



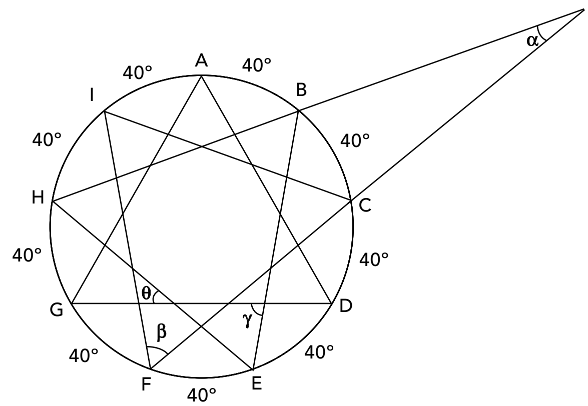
$\dfrac{OM}{OJ} = \dfrac{2,5}{5} \Rightarrow M\hat{O}J = 60°$

Logo, o caminho percorrido por João equivale ao seguinte valor:

$\dfrac{1}{3} \cdot (2\pi \cdot 5) = \dfrac{10\pi}{3}$ m

16 **B**

Cada arco mede $\dfrac{360°}{9} = 40°$, pois cada $\overline{AB}$ é lado de um eneágono.



Com os prolongamentos dos lados $\overline{BH}$ e $\overline{FC}$, obtém-se o ângulo **α**:

$\alpha = \dfrac{\widehat{FH} - \widehat{BC}}{2} = \dfrac{80° - 40°}{2} = 20°$

O ângulo **β** é um ângulo inscrito:

$\beta = \dfrac{120°}{2} = 60°$

O ângulo **θ** tem seu vértice no interior da circunferência:

$\theta = \dfrac{\widehat{HG} + \widehat{DE}}{2} = \dfrac{40° + 40°}{2} = 40°$

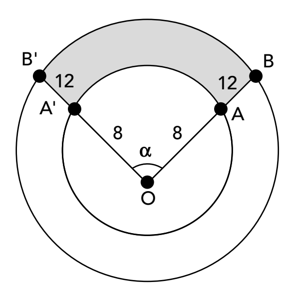
O ângulo **γ** também tem seu vértice no interior; então:

$\gamma = \dfrac{\widehat{GE} + \widehat{BD}}{2} = \dfrac{80° + 80°}{2} = 80°$

O único ângulo que não pode ser obtido é 30°.

17 **B**

Diante da representação dada, tem-se:



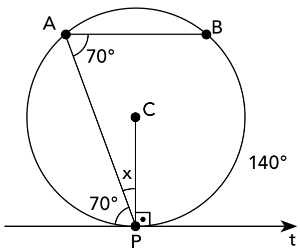
Região (destacada) = (setor B'OB) – (setor A'OA)

$\dfrac{1}{6} \cdot (\pi \cdot 20^2 - \pi \cdot 8^2) = \left(\dfrac{\alpha}{360°}\right) \cdot \pi \cdot 20^2 - \left(\dfrac{\alpha}{360°}\right) \cdot \pi \cdot 8^2 \Rightarrow$

$\dfrac{1}{6} \cdot (\pi \cdot 20^2 - \pi \cdot 8^2) = \left(\dfrac{\alpha}{360°}\right) \cdot (\pi \cdot 20^2 - \pi \cdot 8^2) \Rightarrow$

$\alpha = 60° = \dfrac{\pi}{3}$ rad

18 **B**



I. $\overline{AB}$ // t

II. $\overline{CP}$ é raio $\Rightarrow \overline{CP} \perp t$

Logo: x = 20°