Resoluções

Capítulo 5

Progressão geométrica III

ATIVIDADES PARA SALA

01 (x, 3x, 9x, 27x, ...)

$x \cdot 3x \cdot 9x \cdot 27x = 729 \Rightarrow x = 1$

$a_5 = 81x = 81$

02 $a_3 \cdot a_{13} = a_8 \cdot a_8$ (equidistantes dos extremos)

$a_3 \cdot a_{13} = 10^2$

03 $P_7 = 10^7 \cdot (10^2)^{\frac{7\cdot(7-1)}{2}} = 10^7 \cdot 10^{42} = 10^{49}$

04 $1 + 0{,}2 + \underbrace{0{,}031 + 0{,}00031 + \ldots}_{\text{P.G.}} = 1{,}2 + \dfrac{0{,}031}{1 - 0{,}01} =$

$\dfrac{12}{10} + \dfrac{0{,}031}{0{,}99} = \dfrac{12}{10} + \dfrac{3{,}1}{99} = \dfrac{12}{10} + \dfrac{31}{990} = \dfrac{1219}{990}$

05 **B**

No regime de juros compostos, os saldos obtidos mês a mês crescem em progressão geométrica. A razão (q) corresponde à expressão (1 + i). Logo, q = 1 + 2,5% = 1,025.

ATIVIDADES PROPOSTAS

01 **B**

$0{,}34 + 0{,}0034 + 0{,}000034 + \ldots \Rightarrow$ P.G. de razão $\dfrac{1}{100}$.

02 **C**

Tem-se:

I. $a_3 = \dfrac{1}{2} \cdot q \Rightarrow a_1 \cdot q^2 = \dfrac{1}{2} \cdot q \Rightarrow a_1 q = \dfrac{1}{2}$

II. $P_3 = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \Rightarrow P_3 = a_1^3 \cdot q^{\frac{3\cdot 2}{2}} \Rightarrow P_3 = (a_1 \cdot q)^3 = \left(\dfrac{1}{2}\right)^3$

Logo, $P_3 = \dfrac{1}{8}$.

03 $\dfrac{5}{10} + \dfrac{5}{100} + \dfrac{5}{1000} + \ldots$

$5 \cdot \left(\dfrac{1}{10} + \dfrac{1}{100} + \dfrac{1}{1000} + \ldots\right)$

$5 \cdot \dfrac{\frac{1}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = 5 \cdot \dfrac{1}{\cancel{10}} \cdot \dfrac{\cancel{10}}{9} = \dfrac{5}{9}$

04 **B**

$2^{39} = 1(2^{\frac{1}{2}})^{\frac{n(n-1)}{2}} \Rightarrow \dfrac{n(n-1)}{4} = 39 \Rightarrow n^2 - n - 156 = 0$

$n = 13$ ou $n = -12$ (não convém)

05 **C**

Tem-se:

I. $a_5 = a_2 \cdot q^{5-2} \Rightarrow 162 = 6 \cdot q^3 \Rightarrow q^3 = 27 \Rightarrow q = 3$

II. $a_2 = a_1 \cdot q \Rightarrow 6 = x \cdot 3 \Rightarrow x = 2$

III. $a_5 = a_4 \cdot q \Rightarrow 162 = z \cdot 3 \Rightarrow z = 54$

Portanto, $x \cdot z = 2 \cdot 54 = 108$.

06 **E**

Sabendo que o produto de termos equidistantes dos extremos é igual a uma constante, tem-se que $x \cdot y = 2 \cdot 8 = 16$.

07 **E**

Como as parcelas crescem segundo uma progressão geométrica de razão 1,1 e o primeiro termo é igual a 2000, segue que o montante pago foi de

$$2000 \cdot \frac{(1{,}1)^5 - 1}{1{,}1 - 1} = 2000 \cdot 6{,}1051$$
$$= \text{R\$ } 12\,210{,}20.$$

Com base nisso, é possível afirmar que os juros cobrados correspondem a 12210,2 – 10000 = R$ 2210,20 e, portanto, a taxa de juros simples na transação é igual a $\dfrac{2210{,}2}{10000 \cdot 5} \cdot 100\% \cong 4{,}42\%$.

08 **A**

O preço à vista da mercadoria é igual a

$$500 + \frac{576}{1{,}2} + \frac{576}{(1{,}2)^2} = 500 + 480 + 400$$
$$= \text{R\$ } 1380{,}00.$$

09 Do enunciado, tem-se:

$$\begin{cases} a_1 = 6 \\ q = 1,5 \\ n = 5 \end{cases}$$

Aplicando a fórmula para o cálculo do produto dos termos de uma progressão geométrica, tem-se:

$$P_n = a_1^n \cdot q^{\frac{n(n-1)}{2}} \Rightarrow P_n = 6^5 \cdot 1,5^{\frac{5(5-1)}{2}} \Rightarrow P_n = 6^5 \cdot 1,5^{10}$$

Comparando $a_1^b \cdot q^d$ com P_n, tem-se $a_1 = 6$, $b = 5$, $q = 1,5$ e $d = 10$. Logo, $a_1 + b + q + d = 6 + 5 + 1,5 + 10 = 22,5$.

10 **B**

Sabe-se que:

$$P_{10} = a_1^{10} \cdot (q)^{\frac{n\cdot(n-1)}{2}}$$

$$P_{10} = 1^{10} \cdot (-3)^{\frac{10\cdot(9)}{2}}$$

$$P = -3^{45}$$