Resoluções

Capítulo 14

Análise combinatória I – Princípio Fundamental da Contagem; Fatorial

ATIVIDADES PARA SALA

01 **E**

$4 \cdot 5 \cdot 3 = 60$

02 A primeira letra da palavra pode ser escolhida de 26 modos; a segunda, de 25 modos; a terceira, de 24 modos.

$26 \cdot 25 \cdot 24 = 15\,600$.

03 **D**

Aplicando-se o Princípio Multiplicativo, pode-se formar $23 \cdot 23 \cdot 23 \cdot 23 = 23^4$ códigos, sem qualquer restrição, utilizando as 23 letras do alfabeto. Por outro lado, o número de códigos em que figuram apenas vogais, também pelo Princípio Multiplicativo, é dado por $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$. Logo, o resultado pedido é igual a $23^4 - 5^4$.

04 a) $\dfrac{n\,\cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} = n$

b) $\dfrac{(n+2)(n+1)n\,\cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} = n(n+1)(n+2)$

c) $\dfrac{(n-3)(n-4)\,\cancel{(n-5)!}}{\cancel{(n-5)!}} = (n-3)(n-4)$

d) $\dfrac{\cancel{(k-3)!}}{(k-1)(k-2)\,\cancel{(k-3)!}} = \dfrac{1}{(k-1)(k-2)}$

05 a) $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

b) $7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4! = 210 \cdot 24 = 5040$

c) $5 \cdot 6! = 5 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4! = 5 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 24 = 5 \cdot 30 \cdot 24 = 3600$

d) $\dfrac{11!}{9!} = \dfrac{11 \cdot 10 \cdot \cancel{9!}}{\cancel{9!}} = 11 \cdot 10 = 110$

e) $\dfrac{10!}{6!} = \dfrac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \cancel{6!}}{\cancel{6!}} = 5040$

f) $\dfrac{27!}{2!\,25!} = \dfrac{27 \cdot \cancel{26}^{13} \cdot \cancel{25!}}{\cancel{2} \cdot 1 \cdot \cancel{25!}} = 27 \cdot 13 = 351$

ATIVIDADES PROPOSTAS

01 **B**

Para cada uma das 3 coleiras, existem 7 roupas. Portanto, o número de maneiras diferentes de vestir Kika para o passeio é $3 \cdot 7 = 21$.

02 **E**

$\underbrace{5 \cdot 5 \ldots 5}_{\text{16 vezes}} = 5^{16}$

03 $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = 72$

04 **E**

$3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 2160$

05 a) $720 + 24 = 744$

b) $1^2 - 10^1 = -9$

c) $\dfrac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}\,2} = 60$

d) $8 - 36 = -28$

06 a) $\dfrac{(a-1)\,\cancel{(a-2)!}}{\cancel{(a-2)!}} = a - 1$

b) $\dfrac{(x+1)!}{(x+2)!} = \dfrac{\cancel{(x+1)!}}{(x+2)\,\cancel{(x+1)!}} = \dfrac{1}{x+2}$

c) $\dfrac{P(P-1)(P-2)\,\cancel{(P-3)!}}{6\,\cancel{(P-3)!}} = \dfrac{P(P-1)(P-2)}{6}$

07 a) $\dfrac{n(n-1)\,\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}} + 25 = \dfrac{\cancel{2}n(2n-1)\,\cancel{(2n-2)!}}{\cancel{2}\,\cancel{(2n-2)!}} \Rightarrow$

$\Rightarrow n^2 - \cancel{n} + 25 = 2n^2 - \cancel{n}$

$\Rightarrow n^2 = 25 \Rightarrow n = 5$ ou $n = -5$ (Não convém)

$S = \{5\}$

b) $\dfrac{(n+1)(n)\,\cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} = 20 \Rightarrow n^2 + n - 20 = 0$

$n = -5$ (não convém)

$n = 4$

$S = \{4\}$

08 **A**

Tem-se que $2016! = 2016 \cdot 2015 \cdot \ldots \cdot 1000 \cdot 999!$

Sendo 1000 um fator de 2016!, pode-se garantir que os três últimos algarismos de 2016! são iguais a zero. Portanto, o resultado é zero.

09 **E**

$$\frac{(n+1)\cdot n!+n!}{(n+2)(n+1)n!}=\frac{n+1+1}{(n+2)(n+1)}=\frac{1}{n+1}$$

10 $$\frac{(x-1)(x-2)\cancel{(x-3)!}}{6\cancel{(x-3)!}}+\frac{x(x-1)\cancel{(x-2)!}}{2\cancel{(x-2)!}}+15=15x$$

$$\frac{x^2-3x+2}{6}+\frac{x^2-x}{2}+15-15x=0$$

$$x^2-3x+2+3x^2-3x+90-90x=0$$

$$4x^2-96x+92=0$$

$$x^2-24x+23=0 \Rightarrow x=\frac{24\pm 22}{2}$$

$x_1=1$ (não convém)

$x_2=23$

$S=\{23\}$