Resoluções

Capítulo 12

Lentes esféricas II – Equação de Gauss

ATIVIDADES PARA SALA

01 a) Segundo o problema: p = 30 cm e f = –20 cm (a lente é divergente). Logo, pela equação dos pontos conjugados:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}\Rightarrow\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}-\frac{1}{p}\Rightarrow\frac{1}{p'}=\frac{1}{-20}-\frac{1}{30}\Rightarrow$$

$$\frac{1}{p}=\frac{-3-2}{60}\Rightarrow\frac{1}{p}=-\frac{5}{60}=-\frac{1}{12}\Rightarrow p'=-12\text{ cm}$$

b) Da equação do aumento linear transversal, tem-se:

$$A=-\frac{p'}{p}=-\frac{(-12)}{30}=+\frac{12}{30}$$

$$A=+0,4$$

02 **D**

A distância focal da lente vale f = + 10 cm, e a distância do objeto à lente vale p = + 20 cm. Logo:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}\Rightarrow\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}-\frac{1}{p}\Rightarrow\frac{1}{p'}=\frac{1}{+10}-\frac{1}{+20}=\frac{2-1}{20}=$$

$$+\frac{1}{20}\Rightarrow p'=+20\text{ cm}$$

O sinal positivo indica que a imagem é de natureza real, sendo formada no lado oposto em que se encontra o objeto, ou seja, no lado direito da lente.

03 A distância focal da lente vale f = + 10 cm, e a distância do objeto à lente vale p = 30 cm. Logo:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}\Rightarrow\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}-\frac{1}{p}\Rightarrow\frac{1}{p'}=\frac{1}{+10}-\frac{1}{+30}\Rightarrow\frac{1}{p'}=\frac{3-1}{30}\Rightarrow$$

$$\frac{1}{p'}=\frac{2}{30}\Rightarrow p'=+15\text{ cm}$$

04 **C**

Note que a lente é de natureza convergente, pois a imagem é maior do que o objeto.

Caso tenha a posição invertida, a imagem será real, sendo i = – 3 · o e p' = 120 cm. De posse desses dados, é possível calcular, inicialmente, a distância do objeto à lente:

$$\frac{i}{o}=-\frac{p'}{p}\Rightarrow\frac{-3\cdot o}{o}=-\frac{(+120\text{ cm})}{p}\Rightarrow p=+40\text{ cm}$$

É possível, agora, determinar a distância focal da lente:

$$f=\frac{p\cdot p'}{p+p'}=\frac{40\cdot 120}{40+120}=\frac{4\,800}{160}\Rightarrow f=+30\text{ cm}$$

05 **C**

Admitindo que o objeto é real, pode-se obter, do enunciado:
$p = d_o = 30$ cm
$o = h_o = 20$ cm

Como a imagem é virtual e, portanto, direita em relação ao objeto, tem-se:
$i = h_i = 4$ cm

A partir da equação do aumento linear transversal, tem-se:

$$\frac{i}{o}=-\frac{p'}{p}\Rightarrow\frac{4}{20}=-\frac{p'}{30}\therefore p'=-6\text{ cm}$$

Logo, a distância da imagem à lente é de 6 cm.

A abscissa do foco da lente pode ser determinada pela equação dos pontos conjugados:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}\Rightarrow\frac{1}{f}=\frac{1}{30}-\frac{1}{6}\Rightarrow f=-7,5\text{ cm}$$

Isso indica que a lente é divergente, com distância focal 7,5 cm.

ATIVIDADES PROPOSTAS

01 **E**

$$f=\frac{p\cdot p'}{p+p'}\Rightarrow 6=\frac{30\cdot p'}{30+p'}\Rightarrow 30p'=180+6p'\Rightarrow$$

$$24p'=180\Rightarrow p'=7,5\text{ cm}$$

02 I. Sendo i = –o, tem-se A = –1 (imagem invertida)

$$A=\frac{-p'}{p}\Rightarrow -1=\frac{-p'}{p}\Rightarrow p=p'$$

II. p + p' = 80 cm ⇒ p + p = 80 cm ⇒ p = 40 cm

III. $f=\frac{p\cdot p'}{p+p'}\Rightarrow f=\frac{40\cdot 40}{40+40}\Rightarrow f=\frac{1\,60\cancel{0}}{8\cancel{0}}\Rightarrow f=20\text{ cm}$

03 a) Como a imagem é invertida, trata-se de uma imagem de tipo real. Logo, a lente é de natureza convergente.

b) Como a imagem tem o mesmo tamanho do objeto, ele está localizado no ponto antiprincipal da lente (que fica a 50 cm). Pode-se, então, afirmar que a distância focal da lente vale f = +25 cm.

04 **A**

São dados no problema: o = 6 cm, i = –10 cm (a imagem é invertida) e p' = +10 cm (a imagem é de natureza real).

Logo, tem-se:

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{-10}{6} = -\frac{(+10\ \text{cm})}{p} \Rightarrow p = +6\ \text{cm}$$

A distância focal da lente será dada por:

$$f = \frac{p \cdot p'}{p + p'} = \frac{6 \cdot 10}{6 + 10} = \frac{60}{16} \Rightarrow f = +3{,}75\ \text{cm}$$

Como a distância focal é positiva, trata-se de uma lente de natureza convergente.

05 a) Como deve-se ter uma ampliação $A = -4 = \frac{-p'}{p}$, tem-se:

$$\begin{cases} p = \dfrac{p'}{4} \\ \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{p'} \Rightarrow \dfrac{1}{12} = \dfrac{1}{\frac{p'}{4}} + \dfrac{1}{p'} \Rightarrow p' = 60\ \text{cm} \end{cases}$$

b) Como $p = \frac{p'}{4}$, tem-se:

$$p = \frac{60}{4} \Rightarrow p = 15\ \text{cm}$$

06 a) Como a imagem formada é menor e direita, o tipo de lente que constitui o olho mágico é de natureza divergente.

b) Do enunciado do problema, tem-se:

$p = 50$ cm e $A = +\frac{1}{3}$.

Logo:

$$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{1}{3} = -\frac{p'}{50} \Rightarrow p' = \left(-\frac{50}{3}\right)\ \text{cm}$$

Determinando a distância focal da lente:

$$f = \frac{p \cdot p'}{p + p'} = \frac{50 \cdot \left(-\frac{50}{3}\right)}{50 + \left(-\frac{50}{3}\right)} = \frac{-\frac{2500}{3}}{\frac{100}{3}} \Rightarrow f = -25\ \text{cm}$$

$$|f| = 25\ \text{cm}$$

07 a) Do problema, tem-se p = +30 cm e p' = +60 cm. Logo:

$$f = \frac{p \cdot p'}{p + p'} = \frac{30 \cdot 60}{30 + 60} = \frac{1800}{90} \Rightarrow f = +20\ \text{cm}$$

b) O aumento linear transversal será dado por:

$$A = -\frac{p'}{p} = -\frac{60}{30} \Rightarrow A = -2$$

08 a) Para a primeira imagem (real), tem-se:

$$A = -\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{p'}{p} = -\frac{1}{2} \Rightarrow p' = \frac{p}{2}$$

Utilizando a equação dos pontos conjugados, tem-se:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{\frac{p}{2}} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{2}{p} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{3}{p} \Rightarrow$$

$$p = 3 \cdot f = 3 \cdot 50 \Rightarrow p = 150\ \text{cm} = 1{,}5\ \text{m}$$

b) Para a segunda imagem (virtual), tem-se:

$$A = +4 \Rightarrow -\frac{p'}{p} = +4 \Rightarrow p' = -4p$$

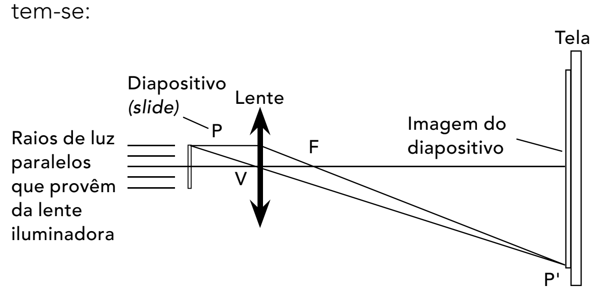
Utilizando a equação dos pontos conjugados, tem-se:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \left(\frac{1}{-4p}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{4p} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{4-1}{4p} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{3}{4p} \Rightarrow$$

$$4p = 3 \cdot f \Rightarrow p = \frac{3f}{4} \Rightarrow p = \frac{3 \cdot 50}{4} \Rightarrow p = 37{,}5\ \text{cm}$$

09 Determinando a distância focal da lente convergente, tem-se:



$$f = \frac{p \cdot p'}{p + p'} = \frac{10 \cdot 200}{10 + 200} = \frac{2000}{210} \Rightarrow$$

$$f = +9{,}52\ \text{cm (aproximadamente)}$$

10 Note que, de acordo com o problema, p + p' = 18 cm. Logo, p = 18 – p'.

Pela equação dos pontos conjugados, tem-se:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{18 - p'} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{p' + 18 - p'}{(18 - p') \cdot p'} \Rightarrow$$

$$72 = 18p' - p'^2$$

$$p'^2 - 18p' + 72 = 0$$

$$\Delta = 324 - 288 = 36$$

$$\sqrt{\Delta} = 6$$

$$p' = \frac{18 \pm 6}{2} \Rightarrow p' = 6\ \text{cm ou } p' = 12\ \text{cm}$$

Note que a lente deve ser colocada a 6 cm ou a 12 cm da tela. A razão procurada entre os números é $\frac{12}{6} = 2$.