Módulo 11 — Probabilidade – Propriedades da probabilidade e probabilidade condicional

Atividades para sala

01 A

Das 60 sementes, existe a possibilidade de 12 não germinarem, pois 20% de 60 = 12.

Há, então, 12 sementes que poderão não germinar em um total de 61 sementes.

Aplicando a probabilidade condicional:

$$P = \frac{\frac{12}{61}}{1 - \frac{97}{122}} = \frac{12}{61} \cdot \frac{122}{25} = \frac{24}{25}$$

02 B

A probabilidade de um empregado permanecer na empresa por menos de 10 anos é igual a $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$.

Portanto, a probabilidade de o homem e a mulher permanecerem por menos de 10 anos é $\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$.

03 E

A probabilidade de ocorrer um atropelamento com morte é $\frac{10}{34} = \frac{5}{17}$. Como o evento "atropelamento sem morte" é complementar do evento "atropelamento com morte", tem-se que sua probabilidade pode ser calculada por:

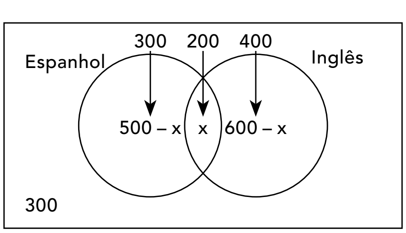
$$1 - \frac{5}{17} = \frac{17 - 5}{17} = \frac{12}{17}$$

04 A

$$500 - \cancel{x} + \cancel{x} + 600 - x + 300 = 1\,200$$

$1\,400 - x = 1\,200$

$x = 200$



Escolhendo-se um aluno que não fala inglês, tem-se:

Somente espanhol = 300
Nenhum idioma = 300
Total = 600

$$P = \frac{600}{1\,200} = \frac{1}{2}$$

05 B

A probabilidade de um parafuso escolhido ao acaso ser defeituoso é dada por:

$$P = P(\text{I defeituoso}) + P(\text{II defeituoso}) = \frac{54}{100} \cdot \frac{25}{1\,000} + \left(1 - \frac{54}{100}\right) \cdot \frac{38}{1\,000} = \frac{3{,}098}{100}$$

Assim, como $\frac{2}{100} \leq \frac{3{,}098}{100} < \frac{4}{100}$, o desempenho conjunto dessas máquinas pode ser classificado como bom.

06 C

Deseja-se calcular a probabilidade condicional de que a peça defeituosa tenha sido da máquina M, ou seja:

$$P(M \mid \text{defeituosa}) = \frac{60}{120 + 60} = \frac{1}{3}$$

Atividades propostas

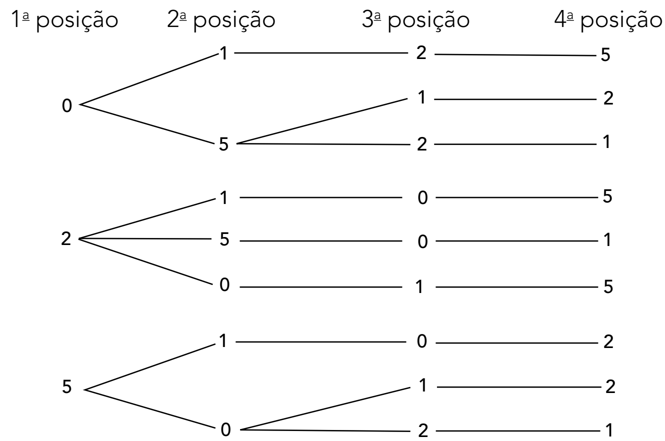
01 B

A probabilidade de o motorista encontrar o semáforo com a luz verde é: $\frac{25\ \text{s}}{(25 + 5 + 70)\ \text{s}} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

Como o motorista deve encontrar o semáforo com a luz verde nas duas vezes em que passar por ele, a probabilidade de esse evento ocorrer é $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$.

02 D

Para que a pessoa não ganhe prêmio algum, deve-se dispor os algarismos como mostra o diagrama a seguir.



Têm-se, ao todo, 9 possibilidades.

Logo, a probabilidade pedida é $\frac{9}{4!} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$.

03 **A**

As faces em que foram gravados os números apresentam os seguintes valores:

- 1, 5 e 9;
- 2, 6 e 10;
- 3, 7 e 11;
- 4, 8 e 12.

Suas somas são iguais a:

- 3 + 7 + 11 = 21;
- 4 + 8 + 12 = 24.

Portanto, apenas uma face apresenta a soma máxima (4, 8, 12), e a probabilidade de sortear essa face é $P = \frac{1}{6}$.

04 **C**

A probabilidade de o apostador não ganhar em qualquer dos sorteios, se escolher a 2ª opção, é

$$\frac{8}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{72}{100} = 72\%.$$

05 **C**

Há 7 bolas a serem distribuídas em 5 linhas. Para garantir que a probabilidade de o cliente ganhar não seja zero, deve-se ter, no mínimo, uma bola em cada linha. No cartão referido, sabe-se que tanto a linha 4 quanto a 5 têm duas bolas cada. Assim, a linha 1 tem uma bola e dois X, a linha 2 tem 1 bola e três X, a linha 3 tem 1 bola e dois X, a linha 4 tem 2 bolas e um X, e a linha 5 tem 2 bolas. A probabilidade de o cliente ganhar o prêmio com esse cartão é o produto das probabilidades de obter bola em cada linha, ou seja, $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{2} = \frac{1}{54}$.

06 **B**

A probabilidade de um morador encontrar-se na área de alcance de A ou B é $\frac{\text{Área (A)} + \text{Área (B)}}{\text{Área do município}}$.

Como os ângulos de vértices A e B são suplementares, Área(A) + Área(B) será a área de um semicírculo de raio 10 km, isto é, $\frac{\pi \cdot 10^2}{2} = 50\pi \text{ km}^2$.

Então, a probabilidade é: $\frac{50\pi}{628} \cong \frac{50 \cdot 3{,}14}{628} \cong 25\%$.

07 **D**

Sejam os eventos A: "amostra pertence à cultura A"; e B: "amostra escolhida germinou". Deseja-se calcular a probabilidade condicional P(A|B).

Portanto, de acordo com os dados da tabela:

$$P(A\,|\,B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{392}{773}$$

08 **A**

A probabilidade de acertar a questão marcando uma alternativa ao acaso é $\frac{1}{4}$, e a de errar é $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Tomando as respostas de dois alunos quaisquer da turma, têm-se os seguintes casos favoráveis.

I. Um aluno está entre os 20% que marcaram a opção correta e o outro está entre os 80% que marcaram a resposta errada ao acaso.
II. Os dois alunos estão entre os 80% que marcaram a resposta ao acaso, tendo um deles acertado a questão, e o outro, errado.

Logo, a probabilidade de (I) ocorrer é de:

$0{,}2 \cdot 0{,}8 \cdot \frac{3}{4} + 0{,}8 \cdot \frac{3}{4} \cdot 0{,}2 = 0{,}24$, enquanto a probabilidade de (II) ocorrer é de

$$0{,}8 \cdot \frac{1}{4} \cdot 0{,}8 \cdot \frac{3}{4} + 0{,}8 \cdot \frac{3}{4} \cdot 0{,}8 \cdot \frac{1}{4} = 0{,}24.$$

Portanto, a probabilidade pedida é igual a 0,24 + 0,24 = 0,48.

09 **A**

P = (1 – 95%) · (1 – 98%) = 0,05 · 0,02 = 0,001%

10 **D**

Sendo B o evento "consulta a internet para se manter informado" e A o evento "homem", deseja-se calcular P(A | B). Logo, segue-se que o resultado é igual a

$$P(A\,|\,B) = \frac{375 + 125}{150 + 375 + 125} = \frac{500}{650} \cong 76{,}92\%.$$

11 **E**

$$\overbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}^{P_9^8 = \frac{9!}{8!} = 9}$$

L	L	L	L	L	L	L	L	≠ L
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

$$\text{Total} = 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^8 \cdot \frac{2}{3} = \overset{1}{\cancel{3^2}} \cdot \frac{1}{{}_{3^6}\cancel{3^8}} \cdot \frac{2}{3}$$

$$\text{Total} = \frac{2}{3^7}$$

12 **A**

Número de voluntários: 54 + 41 + 51 + 34 = 180

Apresentaram efeitos colaterais: 54 + 51 = 105

Probabilidade: $P = \frac{105}{180} = \frac{7}{12}$